# Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

POZIOM PODSTAWOWY

CKE

3 kwietnia 2020

Czas pracy: 170 minut

## Zadania zamknięte

### Zadanie 1 (1 pkt)

Niech $a = -2$ i $b = 3$. Wartość wyrażenia $a^b - b^a$ jest równa

A) $\frac{73}{9}$ B) $\frac{71}{9}$ C) $-\frac{73}{9}$ D) $-\frac{71}{9}$

### Zadanie 2 (1 pkt)

Liczba $9^9 \cdot 81^2$ jest równa

A) $81^4$ B) $81$ C) $9^{13}$ D) $9^{36}$

### Zadanie 3 (1 pkt)

Wartość wyrażenia $\log_4 8 + 5\log_4 2$ jest równa

A) $2$ B) $4$ C) $2 + \log_4 5$ D) $1 + \log_4 10$

### Zadanie 4 (1 pkt)

Dane są dwa koła. Promień pierwszego koła jest większy od promienia drugiego koła o 30%. Wynika stąd, że pole pierwszego koła jest większe od pola drugiego koła

A) o mniej niż 50%, ale więcej niż 40%.
B) o mniej niż 60% , ale więcej niż 50%.
C) dokładnie o 60%.
D) o więcej niż 60%.

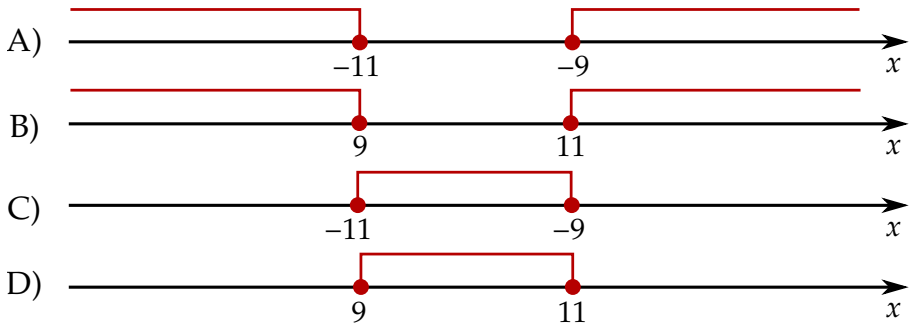
### Zadanie 5 (1 pkt)

Liczba $(2\sqrt{7} - 5)^2 \cdot (2\sqrt{7} + 5)^2$ jest równa

A) $9$ B) $3$ C) $2809$ D) $28 - 20\sqrt{7}$

### Zadanie 6 (1 pkt)

Wskaż rysunek, na którym jest przedstawiony zbiór wszystkich liczb $x$ spełniających warunek: $11 \leqslant 2x - 7 \leqslant 15$.



## ZADANIE 7 (1 PKT)

Rozważmy treść następującego zadania:
*Obwód prostokąta o bokach długości $a$ i $b$ jest równy 60. Jeden z boków tego prostokąta jest o 10 dłuższy od drugiego. Oblicz długości boków tego prostokąta.*
Który układ równań opisuje zależności między długościami boków tego prostokąta?

A) $\begin{cases} 2(a+b)=60 \\ a+10=b \end{cases}$ B) $\begin{cases} 2a+b=60 \\ 10b=a \end{cases}$ C) $\begin{cases} 2ab=60 \\ a-b=10 \end{cases}$ D) $\begin{cases} 2(a+b)=60 \\ 10a=b \end{cases}$

## ZADANIE 8 (1 PKT)

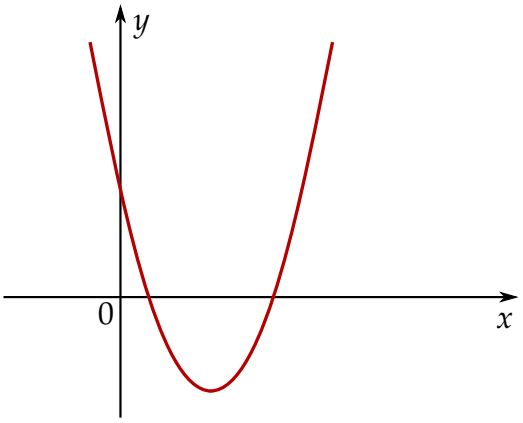
Rozwiązaniem równania $\frac{x+1}{x+2}=3$, gdzie $x \neq -2$ jest liczba należąca do przedziału
A) $(-2,1)$ B) $\langle 1,+\infty)$ C) $(-\infty,-5)$ D) $\langle -5,-2)$

## ZADANIE 9 (1 PKT)

Linę o długości 100 metrów rozcięto na trzy części, których długości pozostają w stosunku $3:4:5$. Stąd wynika, że najdłuższa z tych części ma długość
A) $41\frac{2}{3}$ metra B) $33\frac{1}{3}$ metra C) 60 metrów D) 25 metrów

## ZADANIE 10 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej $f$ określonej wzorem $f(x)=x^2+bx+c$.




Współczynniki $b$ i $c$ spełniają warunki:
A) $b<0,\ c>0$ B) $b<0,\ c<0$ C) $b>0,\ c>0$ D) $b>0,\ c<0$

## ZADANIE 11 (1 PKT)

Dany jest ciąg arytmetyczny $(a_n)$, określony dla $n \geqslant 1$, o którym wiemy, że: $a_1=2$ i $a_2=9$. Wtedy $a_n=79$ dla
A) $n=10$ B) $n=11$ C) $n=12$ D) $n=13$

## ZADANIE 12 (1 PKT)

Dany jest trzywyrazowy ciąg geometryczny o wyrazach dodatnich: $(81,3x,4)$. Stąd wynika, że
A) $x=18$ B) $x=6$ C) $x=\frac{85}{6}$ D) $x=\frac{6}{85}$

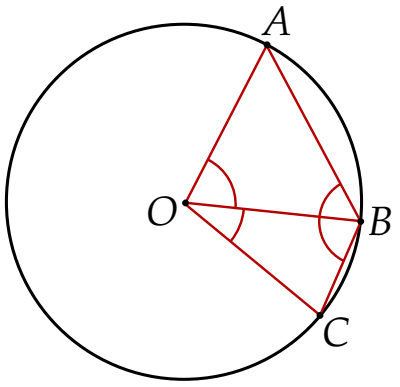
## ZADANIE 13 (1 PKT)

Kąt $\alpha$ jest ostry i spełniona jest równość $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{6}}{7}$. Stąd wynika, że

A) $\cos\alpha = \frac{24}{49}$ B) $\cos\alpha = \frac{5}{7}$ C) $\cos\alpha = \frac{25}{49}$ D) $\cos\alpha = \frac{5\sqrt{6}}{7}$

## ZADANIE 14 (1 PKT)

Na okręgu o środku w punkcie $O$ leżą punkty $A$, $B$ i $C$ (zobacz rysunek). Kąt $ABC$ ma miarę $121^\circ$, a kąt $BOC$ ma miarę $40^\circ$.

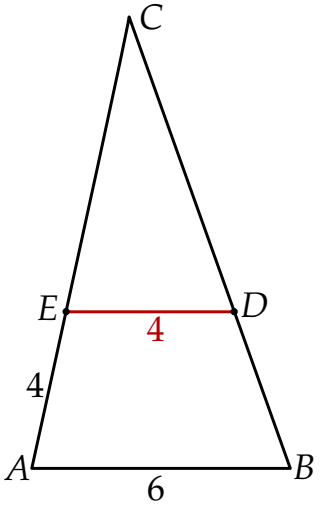



Kąt $AOB$ ma miarę

A) $59^\circ$ B) $50^\circ$ C) $81^\circ$ D) $78^\circ$

## ZADANIE 15 (1 PKT)

W trójkącie $ABC$ punkt $D$ leży na boku $BC$, a punkt $E$ leży na boku $AC$. Odcinek $DE$ jest równoległy do boku $AB$, a ponadto $|AE| = |DE| = 4$, $|AB| = 6$ (zobacz rysunek).




Odcinek $CE$ ma długość

A) $\frac{16}{3}$ B) $\frac{8}{3}$ C) 8 D) 6

## ZADANIE 16 (1 PKT)

Dany jest trójkąt równoboczny, którego pole jest równe $6\sqrt{3}$. Bok tego trójkąta ma długość

A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{6}$ D) $6\sqrt{2}$

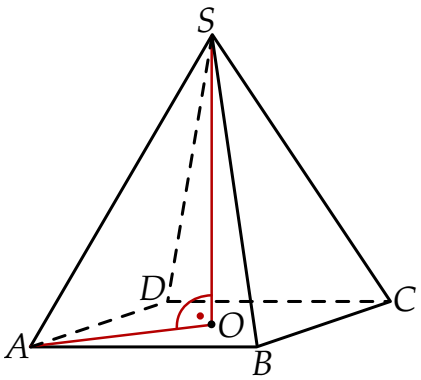
## ZADANIE 17 (1 PKT)

Punkty $B = (-2, 4)$ i $C = (5, 1)$ są dwoma sąsiednimi wierzchołkami kwadratu $ABCD$. Pole tego kwadratu jest równe

A) 29 B) 40 C) 58 D) 74

## ZADANIE 18 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCDS$ o podstawie $ABCD$.




Kąt nachylenia krawędzi bocznej $SA$ ostrosłupa do płaszczyzny podstawy $ABCD$ to

A) $\measuredangle SAO$ B) $\measuredangle SAB$ C) $\measuredangle SOA$ D) $\measuredangle ASB$

## ZADANIE 19 (1 PKT)

Graniastosłup ma 14 wierzchołków. Liczba wszystkich krawędzi tego graniastosłupa jest równa

A) 14 B) 21 C) 28 D) 26

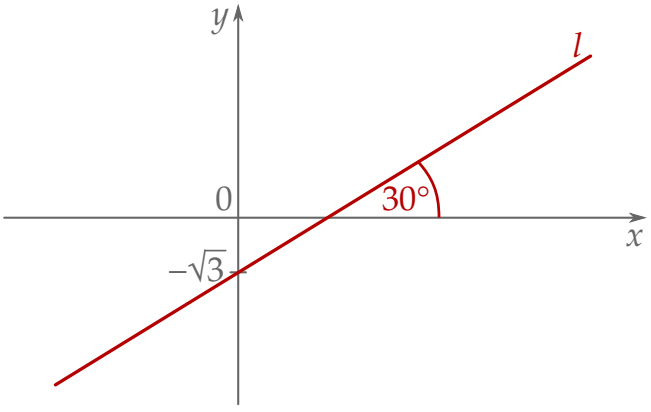
## ZADANIE 20 (1 PKT)

Prosta $k$ przechodzi przez punkt $A = (4, -4)$ i jest prostopadła do osi $Ox$. Prosta $k$ ma równanie

A) $x - 4 = 0$ B) $x - y = 0$ C) $y + 4 = 0$ D) $x + y = 0$

## ZADANIE 21 (1 PKT)

Prosta $l$ jest nachylona do osi $Ox$ pod kątem $30^\circ$ i przecina oś $Oy$ w punkcie $(0, -\sqrt{3})$ (zobacz rysunek).




Prosta $l$ ma równanie

A) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3}$ B) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ C) $y = \frac{1}{2}x - \sqrt{3}$ D) $y = \frac{1}{2}x + \sqrt{3}$

### ZADANIE 22 (1 PKT)

Dany jest stożek o wysokości 6 i tworzącej $3\sqrt{5}$. Objętość tego stożka jest równa

A) $36\pi$ B) $18\pi$ C) $108\pi$ D) $54\pi$

### ZADANIE 23 (1 PKT)

Średnia arytmetyczna zestawu danych: $x$, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 jest równa 9. Wtedy mediana tego zestawu danych jest równa

A) 8 B) 9 C) 10 D) 16

### ZADANIE 24 (1 PKT)

Ile jest wszystkich czterocyfrowych liczb naturalnych mniejszych niż 2017?

A) 2016 B) 2017 C) 1016 D) 1017

### ZADANIE 25 (1 PKT)

Z pudełka, w którym jest tylko 6 kul białych i $n$ kul czarnych, losujemy jedną kulę. Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe $\frac{1}{3}$. Liczba kul czarnych jest równa

A) $n = 9$ B) $n = 2$ C) $n = 18$ D) $n = 12$

## Zadania otwarte

### ZADANIE 26 (2 PKT)

Rozwiąż nierówność $2x^2 + x - 6 \leqslant 0$.

### ZADANIE 27 (2 PKT)

Rozwiąż równanie $(x^2 - 6)(3x + 2) = 0$.

### ZADANIE 28 (2 PKT)

Udowodnij, że dla dowolnej dodatniej liczby rzeczywistej $x$ prawdziwa jest nierówność

$$4x + \frac{1}{x} \geqslant 4.$$

### ZADANIE 29 (2 PKT)

Dany jest trójkąt prostokątny $ABC$, w którym $|\measuredangle ACB| = 90$ i $|\measuredangle ABC| = 60^\circ$. Niech $D$ oznacza punkt wspólny wysokości poprowadzonej z wierzchołka $C$ kąta prostego i przeciwprostokątnej $AB$ tego trójkąta. Wykaż, że $|AD| : |DB| = 3 : 1$.

### ZADANIE 30 (2 PKT)

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 4, 5, 10\}$ losujemy dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia $A$ polegającego na tym, że iloraz pierwszej wylosowanej liczby przez drugą wylosowaną liczbę jest liczbą całkowitą.

## ZADANIE 31 (2 PKT)

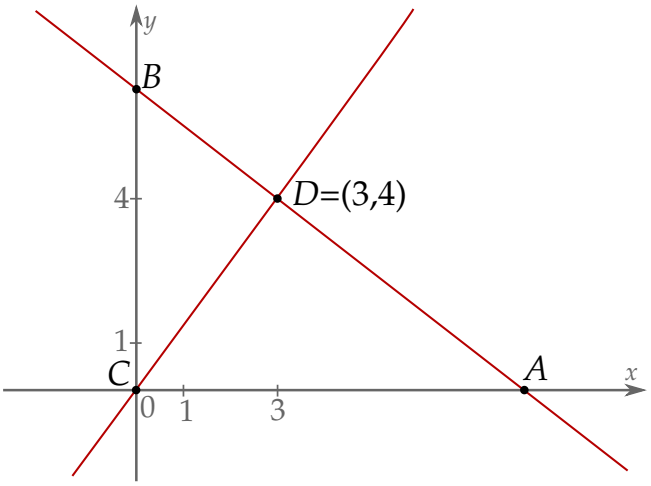
Dany jest ciąg arytmetyczny $(a_n)$, określony dla $n \geqslant 1$, w którym spełniona jest równość $a_{21} + a_{24} + a_{27} + a_{30} = 100$. Oblicz sumę $a_{25} + a_{26}$.

## ZADANIE 32 (4 PKT)

Funkcja kwadratowa $f(x) = ax^2 + bx + c$ ma dwa miejsca zerowe $x_1 = -2$ i $x_2 = 6$. Wykres funkcji $f$ przechodzi przez punkt $A = (1, -5)$. Oblicz najmniejszą wartość funkcji $f$.

## ZADANIE 33 (4 PKT)

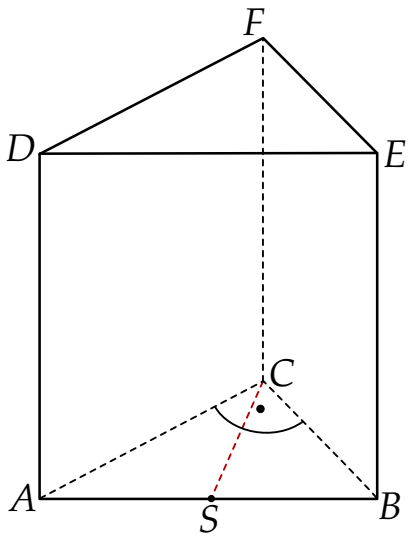
Punkt $C = (0, 0)$ jest wierzchołkiem trójkąta prostokątnego $ABC$, którego wierzchołek $A$ leży na osi $Ox$, a wierzchołek $B$ na osi $Oy$ układu współrzędnych. Prosta zawierająca wysokość tego trójkąta opuszczoną z wierzchołka $C$ przecina przeciwprostokątną $AB$ w punkcie $D = (3, 4)$.




Oblicz współrzędne wierzchołków $A$ i $B$ tego trójkąta oraz długość przeciwprostokątnej $AB$.

## ZADANIE 34 (5 PKT)

Podstawą graniastosłupa prostego $ABCDEF$ jest trójkąt prostokątny $ABC$, w którym $|\measuredangle ACB| = 90^\circ$ (zobacz rysunek). Stosunek długości przyprostokątnej $AC$ tego trójkąta do długości przyprostokątnej $BC$ jest równy 4:3. Punkt $S$ jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie $ABC$, a długość odcinka $SC$ jest równa 5. Pole ściany bocznej $BEFC$ graniastosłupa jest równe 48. Oblicz objętość tego graniastosłupa.


F
D
E
C
A
S
B